



FACULDADE DE TECNOLOGIA E CIÊNCIAS DA BAHIA

## FATEC-BA – FACULDADE DE TECNOLOGIA E CIÊNCIAS DA BAHIA

Componente Curricular: Álgebra Linear e Geometria Analítica

Docente: Luiz Henrique Menezes de Lima Semestre: 2022.2

Cursos: Engenharia – 2º Semestre Data: 03 de Novembro de 2022

Discente: \_\_\_\_\_

SEMINÁRIO (0,0 A 3,0)	
AVA 02 (0,0 A 5,0)	
RESENHA CRÍTICA (0,0 A 2,0)	
TOTAL DA NOTA DA 2º UNIDADE	

### AVALIAÇÃO – 2º BIMESTRE

*“Acerte em tudo que puder acertar. Mas não se torture com seus erros.”*

*Paulo Coelho*

#### Questão 01:

Determine se o conjunto  $W$  é subespaço de  $E$ . Justifique sua resposta.

$$W = \{(x, y, x) \in \mathbb{R}^3 : 3x - y + 2z = 0\}, E = \mathbb{R}^3$$

#### Questão 02:

Seja  $F$  o subespaço de  $\mathbb{R}^3$  gerado pelos vetores  $\vec{u} = (1, 1, 1)$  e  $\vec{v} = (1, -1, 2)$ . Encontre os números reais  $a, b, c \in \mathbb{R}$  tais que:  $\vec{w} = (x, y, z) \in F$  se, e somente se,  $ax + by + cz = 0$ .

#### Questão 03:

Pelo processo do escalonamento verifique se o vetor  $\vec{v} = (7, 8, 9) \in \mathbb{R}^3$  é combinação linear de  $\vec{u} = (2, 1, 4)$ ,  $\vec{w} = (1, -1, 3)$  e  $\vec{h} = (3, 2, 5)$ .

#### Questão 04:

Determine o valor de  $k$  para que o conjunto  $\{(1, 0, -1), (1, 1, 0), (k, 1, -1)\}$  seja LI.

#### Questão 05:

Mostre que o conjunto  $S = \{(1,2,3), (1,3,5), (1,5,9)\}$  não é um conjunto gerador do espaço vetorial real  $\mathbb{R}^3$

Gabarito prova 02

Álgebra Linear 2022.2

Tipo A

Questão 01.

$W$  é subespaço de  $\mathbb{R}^3$ . De fato,

(i)  $W \neq \{0\}$  já que  $(0, 0, 0) \in W$

(ii) se  $(x_1, y_1, z_1)$  e  $(x_2, y_2, z_2)$  pertencem a  $W$ , então  $3x_1 - y_1 + 2z_1 = 0$

$$\wedge 3x_2 - y_2 + 2z_2 = 0$$

$$3(x_1 + x_2) - (y_1 + y_2) + 2(z_1 + z_2) = 0$$

$$((x_1 + x_2), (y_1 + y_2), (z_1 + z_2)) \in W$$

(iii)  $(x, y, z) \in W \Rightarrow 3x - y + 2z = 0$

$$(3x - y + 2z)\alpha = 0 \quad \forall \alpha \in \mathbb{R}$$

$$\rho \quad 3(\alpha x) - (\alpha y) + 2(\alpha z) = 0$$

Questão 02:

Encontrar  $a, b, c \in \mathbb{R}$  tal que  $\Rightarrow W = \{(x, y, z) \in F \mid ax + by + cz = 0\}$

Note que  $u = (1, 1, 1)$  e  $v = (1, -1, 2)$  são L.I. Logo  $F$  é um plano de  $\mathbb{R}^3$ .

$$u \times v = \left( \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix}, - \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} \right)$$

$$u \times v = (3, -1, -2)$$

Portanto,  $(x, y, z) \in F \Leftrightarrow 3x - y - 2z = 0$

$$\text{Logo, } a = 3, b = -1, c = -2$$

### Questão 03:

$$v = \alpha_1 v_1 + \alpha_2 v_2 + \alpha_3 v_3$$

$$(7, 8, 9) = \alpha_1(2, 1, 4) + \alpha_2(1, -1, 3) + \alpha_3(3, 2, 5)$$

$$\begin{cases} 2\alpha_1 + \alpha_2 + 3\alpha_3 = 7 \\ \alpha_1 - \alpha_2 + 2\alpha_3 = 8 \\ 4\alpha_1 + 3\alpha_2 + 5\alpha_3 = 9 \end{cases}$$

Processo de  
resolvidamento

$$\begin{cases} \alpha_1 - \alpha_2 + 2\alpha_3 = 8 \\ 21\alpha_2 - 7\alpha_3 = -6 \\ -2\alpha_3 = -6 \end{cases}$$

Logo:  $\alpha_1 = 0$

$$\alpha_2 = -2$$

$$\alpha_3 = 3$$

### Questão 04:

$$\alpha(1, 0, -1) + \beta(1, 1, 0) + \gamma(k, 1, -1) = (0, 0, 0)$$

$$(\alpha, 0, -\alpha) + (\beta, \beta, 0) + (\gamma k, \gamma, -\gamma) = 0$$

$$\begin{cases} \alpha + \beta + \gamma k = 0 \\ \beta + \gamma = 0 \\ -\alpha - \gamma = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow k \neq 2$$



FACULDADE DE TECNOLOGIA E CIÊNCIAS DA BAHIA

## FATEC-BA – FACULDADE DE TECNOLOGIA E CIÊNCIAS DA BAHIA

Componente Curricular: Álgebra Linear e Geometria Analítica

Docente: Luiz Henrique Menezes de Lima Semestre: 2022.2

Cursos: Engenharia – 2º Semestre Data: 03 de Novembro de 2022

Discente: \_\_\_\_\_

SEMINÁRIO (0,0 A 3,0)	
AVA 02 (0,0 A 5,0)	
RESENHA CRÍTICA (0,0 A 2,0)	
TOTAL DA NOTA DA 2º UNIDADE	

### AVALIAÇÃO – 2º BIMESTRE

*“Acerte em tudo que puder acertar. Mas não se torture com seus erros.”*

*Paulo Coelho*

#### Questão 01:

Determine se o conjunto  $W$  é subespaço de  $E$ . Justifique sua resposta.

$$W = \{(x, y, x) \in \mathbb{R}^3 : 5x - 2y + 3z = 0\}, E = \mathbb{R}^3$$

#### Questão 02:

Seja  $F$  o subespaço de  $\mathbb{R}^3$  gerado pelos vetores  $\vec{u} = (1, 1, 1)$  e  $\vec{v} = (1, -1, 2)$ . Encontre os números reais  $a, b, c \in \mathbb{R}$  tais que:  $\vec{w} = (x, y, z) \in F$  se, e somente se,  $ax + by + cz = 0$ .

#### Questão 03:

Pelo processo do escalonamento verifique se o vetor  $\vec{v} = (1, 1, 1) \in \mathbb{R}^3$  é combinação linear de  $\vec{u} = (1, 2, 3)$ ,  $\vec{w} = (3, -2, 0)$  e  $\vec{h} = (-1, 2, 6)$ .

#### Questão 04:

Verifique se os elementos  $\vec{v} = (1, 3, 2)$ ,  $\vec{u} = (-2, -2, 1)$  e  $\vec{w} = (-3, -1, 4)$  de  $\mathbb{R}^3$  são L.D

#### Questão 05:

Determinar o conjunto gerador do subespaço de soluções do sistema 
$$\begin{cases} a + 2b + c = 0 \\ 2a + 3b - c = 0 \\ 4a + 5b - 5z = 0 \end{cases}$$

## Questão 01

Observamos que o elemento nulo  $0 = (0,0,0)$  de  $\mathbb{R}^3$  não pertence a  $W$ .

Logo,  $5 \cdot (0) + 2 \cdot (0) + 3 \cdot (0) = 0 \neq 1$

Dessa forma  $W$  não é subespaço de  $\mathbb{R}^3$

## Questão 02:

Encontrar  $a, b, c \in \mathbb{R}$

Note que  $u = (1, 1, 1)$  e  $v = (1, -1, 2)$  são l.i.

Logo,

$F$  é um plano de  $\mathbb{R}^3$

$$u \times v = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}$$

$$u \times v = (3, -1, -2)$$

Portanto,  $(x, y, z) \in F \Leftrightarrow 3x - y - 2z = 0$

$$a = 3, b = -1, c = -2$$

Questão 03:

$$\alpha(1, 2, 3) + \beta(3, 2, 0) + \gamma(-1, 2, 6) = (1, 1, 1)$$

$$\begin{cases} \alpha + 3\beta - \gamma = 1 \\ 2\alpha + 2\beta + 2\gamma = 1 \\ 3\alpha + 6\gamma = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{array}{l} \text{Escalonando} \\ \left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \\ \text{S.I} \end{array}$$

Logo o vetor  $(1, 1, 1)$  não é combinação linear dos outros vetores.

Questão 04:

$$\alpha(1, 3, 2) + \beta(-2, -2, 1) + \gamma(-3, -1, 4) = (0, 0, 0)$$

$$\begin{cases} \alpha - 2\beta - 3\gamma = 0 \\ 3\alpha - 2\beta - \gamma = 0 \\ 2\alpha + \beta + 4\gamma = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{array}{l} \text{Escalonando} \\ \left\{ \begin{array}{l} \alpha - 2\beta - 3\gamma = 0 \\ 20\alpha + 40\gamma = 0 \\ 0\beta + 0\gamma = 0 \end{array} \right. \end{array}$$

•  $\beta = -2\gamma$ ,  $\alpha = -\gamma \in \mathbb{R}$  livre são l.d

$$\gamma \neq 0$$

Questão 05:

$$\begin{cases} a + 2b + c = 0 \\ 2a + 3b - c = 0 \\ 4a + 5b - 5c = 0 \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & -1 \\ 4 & 5 & -5 \end{pmatrix} \begin{array}{l} L_2 \rightarrow L_2 + (-2L_1) \\ L_3 \rightarrow L_3 + (-4L_1) \end{array} \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & -3 \\ 0 & -3 & -9 \end{pmatrix} \begin{array}{l} L_3 \rightarrow L_3 + (-3L_2) \end{array}$$

$$\rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & -3 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{array}{l} L_2 \rightarrow (-1)L_2 \\ L_1 \leftrightarrow L_1 + (-2L_2) \end{array} \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{array}{l} L_1 \leftrightarrow L_1 + (-2L_2) \end{array}$$

$$\rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & -5 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$a - 5c = 0$$

$$b + 3c = 0$$

tomando  $c = t \in \mathbb{R}$ , temos:

$$(a, b, c) = (5t, -3t, t) = (5, -3, 1)t, \quad t \in \mathbb{R}$$

Logo,  $S$  é gerador





